



Foto: Archivo Escuela de Instructores

Pensamiento espacial: Experiencia de aula apoyada por Tecnologías de Aprendizaje y Conocimiento para el desarrollo de habilidades de razonamiento geométrico

Spatial thinking: a classroom experience supported by Learning and Knowledge Technologies for the development of geometric reasoning skills / Pensamento espacial: uma experiência de sala de aula apoiada por Learning and Knowledge Technologies para o desenvolvimento de habilidades de raciocínio geométrico

Jovanny González¹

RESUMEN: Esta experiencia de aula, implementada en el Gimnasio Los Andes de la ciudad de Bogotá entre estudiantes de grado sexto (2016), tuvo dos características: la primera, una simulación y modelación bajo el marco de procesos de visualización con objetos tridimensionales; la segunda, el seguimiento particular a cada uno de los estudiantes a partir de herramientas apoyadas con el seguimiento en tiempo real (*real time education*). Este tipo de propuestas poco se han implementado en el país, y por eso, es importante diseñar, e implementar ambientes de aprendizaje apoyados con tecnología y regulados por este tipo de herramientas. Esta experiencia abre el camino hacia la comprensión de los objetos matemáticos de una manera distinta y significativa que apoya el tránsito entre registros de representación y el seguimiento de los aprendizajes. **Palabras clave:** realidad aumentada, *real time*, poliedros regulares, visualización, tridimensional, TIC/TAC/TEP. **ABSTRACT:**

This classroom experience, implemented in the Los Andes Gymnasium in the city of Bogotá among sixth grade students (2016), had two characteristics: the first, a simulation and modeling under the framework of visualization processes with three-dimensional objects; the second, the particular monitoring of each of the students based on tools supported by real-time monitoring. This type of proposals have been little implemented in the country, and therefore, it is important to design, and implement learning environments supported by technology and regulated by this type of tools. This experience opens the way to the understanding of mathematical objects in a different and meaningful way that supports the transit between records of representation and the monitoring of learning. **Keywords:** augmented reality, real time, regular polyhedrons, visualization, three-dimensional, ICT / TAC / PET. **RESUMO:** Essa experiência em sala de aula, implementada no Ginásio Los Andes, na cidade de Bogotá, entre alunos do sexto ano (2016), tinha duas características: o primeiro, uma simulação e modelagem sob o arcabouço de processos de visualização com objetos tridimensionais; o segundo, o monitoramento particular de cada um dos alunos, baseado em ferramentas suportadas pelo monitoramento em tempo real. Esse tipo de propostas tem sido pouco implementado no país e, portanto, é importante projetar e implementar ambientes de aprendizagem apoiados pela tecnologia e regulados por esse tipo de ferramenta. Essa experiência abre caminho para a compreensão dos objetos matemáticos de maneira diferente e significativa, que suporta o trânsito entre registros de representação e o monitoramento da aprendizagem. **Palavras-chave:** realidade aumentada, tempo real, poliedros regulares, visualização tridimensional, TIC / TAC / PET.

Fecha de recepción: 1 de octubre de 2018 / Fecha de aprobación: 16 de noviembre de 2018

Introducción

El componente geométrico se constituye en el lenguaje por medio del cual comprendemos y caracterizamos nuestra realidad. La importancia de este componente en las matemáticas se ha destacado por los beneficios cognitivos que implica su estudio. El Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 1998) afirma:

La geometría tiene una larga historia, siempre ligada a las actividades humanas, sociales, culturales, científicas y tecnológicas. Ya sea vista como una ciencia que modela nuestra realidad espacial, como un excelente ejemplo de sistema formal o como un conjunto de teorías estrechamente conectadas, cambia y evoluciona permanentemente y no se puede identificar únicamente con las proposiciones formales referidas a definiciones, conceptos o teoremas.

La geometría despierta en el estudiante diversas habilidades que le sirven para comprender otras áreas de las matemáticas y le prepara para entender mejor el mundo que lo rodea; además, son muchas las aplicaciones de las matemáticas que poseen un componente geométrico (Vargas, 2013).

La propuesta de unidad didáctica apoyada con tecnología bajo el marco de la geometría intuitiva, entendida como “aquella que relaciona la geometría tridimensional con la bidimensional a partir de la manipulación y la visualización” (Duque y Quintero, 2009), buscó reconocer atributos y propiedades de los poliedros regulares entre estudiantes de sexto grado en el Gimnasio Los Andes. Esta propuesta se enmarca en el modelo

de razonamiento geométrico Van Hiele, y se articula por medio de la técnica didáctica de la teoría de situaciones didácticas de Brousseau y un diseño instruccional ADDIE (Análisis, Diseño, Desarrollo, Implementación y Evaluación).

El modelo ADDIE es un proceso de diseño instruccional interactivo, en que los resultados de la evaluación formativa de cada fase pueden conducir al diseñador instruccional de regreso a cualquiera de las fases previas. El modelo genérico de diseño instruccional es lo suficientemente flexible para permitir la modificación y elaboración con base en las necesidades de la situación instruccional (Seels, 2010).

La propuesta de unidad didáctica con la que se trabajó es una estructura pedagógica de trabajo cotidiano en el aula; es la forma de establecer explícitamente las intenciones de enseñanza-aprendizaje que se desarrollarán en el medio educativo. También se trata de un ejercicio de planificación realizado, explícita o implícitamente, con el objeto de conocer el qué, quiénes, dónde, cómo y el porqué del proceso educativo, dentro de una planificación estructurada del currículum (Corrales, 2010).

Como lo menciona Díez (2012), en cualquier proceso de unidad didáctica se deben tener en cuenta objetivos, contenidos, actividades, recursos, adaptaciones curriculares y evaluación. En esta intervención se tomó como referencia el modelo instruccional ADDIE; para el diseño se consideró la teoría de las situaciones didácticas y para las actividades se aplicó el modelo Van Hiele.

Marco teórico

En este marco teórico se muestra cada uno de los elementos que intervienen en

el análisis, diseño, desarrollo, implementación y evaluación de la propuesta de unidad didáctica, así como aquellos elementos que permiten la evaluación de esta propuesta.

El primer elemento se enfoca en cómo se aprende la geometría. Este aspecto es importante, ya que, como investigador, establecí cuáles son las consideraciones a tenerse en cuenta al momento de enseñar el objeto matemático denominado poliedros regulares; cuáles son los tipos de aprendizaje, los sistemas de representación y registros de representación que se utilizaron en la secuencia didáctica.

Un segundo aspecto se refiere a cómo las tecnologías de la información y la comunicación aplicadas a la educación pueden contribuir en la comprensión de este objeto matemático.

El tercer elemento interviene desde la técnica didáctica o teoría de las situaciones didácticas que, como lo menciona Brousseau (1986), permite la producción de conocimientos a partir de la producción y validación de relaciones y de las formas de representación que se utilizan.

Orientar esta propuesta con un diseño instruccional ADDIE hizo posible, como lo menciona Díaz Barriga (2006), regular cada momento. En este sentido, cuando un profesional se plantea el desarrollo de un curso sigue un proceso, de forma sistemática, con el fin de diseñar y desarrollar acciones formativas de calidad.

El modelo Van Hiele permitió potenciar habilidades de razonamiento geométrico concernientes al objeto matemático y las fases propuestas (información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración) para el desarrollo de cada actividad. Con el modelo Van Hiele (Fouz, 2006) se ajustaron las condiciones y habilidades que debía tener cada uno de los estudiantes en los respectivos los niveles.

Metodología

La metodología se orientó según la teoría de situaciones didácticas de Brousseau (2007) para la elaboración de la unidad didáctica; además, se incorporó el uso de las TAC y se rastrearon en el proceso las evidencias de habilidades de razonamiento geométrico entre los estudiantes. A partir de allí se clasificó a los estudiantes en niveles de razonamiento geométrico, según el modelo de Van Hiele.

Descripción de la experiencia

Se implementó una unidad didáctica enfocada en poliedros regulares y sólidos platónicos, con un marcado uso de TIC/TAC. Esto permitió potenciar procesos de visualización en los estudiantes, llevarlos a escenarios desconocidos y potenciar habilidades de razonamiento geométrico, por medio del trabajo tridimensional, bidimensional y unidimensional.

Para evaluar la eficacia del diseño e implementación de la unidad didáctica se formularon indicadores de desempeño enmarcados en habilidades de razonamiento geométrico; estos fueron identificados posteriormente con la implementación de la unidad didáctica y comparados con los desempeños en el *pretest*.

Habilidades para el Nivel 0:

- Identifica “figuras geométricas”.
- Señala ángulos, rectángulos y triángulos en diferentes posiciones.
- Señala figuras, ángulos, paralelas, en determinadas construcciones.
- Realiza figuras con instrumentos: puntos, rectángulos, paralelas, objetos tridimensionales, etc.
- Señala los ángulos como “esquinas” o los marca en figuras u objetos.
- Señala propiedades de figuras planas.

- Utiliza el método de ensayo-error.
- Utiliza métodos convencionales para establecer el área y perímetros de objetos geométricos.
- Señala y mide los lados de un polígono.

Habilidades para el Nivel 1:

- Señala el número de lados y el número de ángulos que compone una figura plana.
- Comprueba que “en un paralelogramo los lados opuestos son paralelos”.
- Señala las semejanzas y diferencias entre cuadrado y rectángulo.
- A partir de diferentes métodos, puede descubrir que la suma de los ángulos interiores de un triángulo da como resultado 180 grados.
- Puede calcular el área de figuras planas.
- Da información basada en propiedades para dibujar un objeto geométrico.
- Resuelve problemas sencillos, al identificar figuras en combinación con otras.
- Identifica propiedades en paralelogramos, pero “no identifica el conjunto de propiedades necesarias para definirlo”.

Este tipo de instrumentos estandarizados posibilitaron establecer los niveles de comprensión de los estudiantes en el momento inicial (entrada), y en el momento de salida respecto del objeto matemático poliedros regulares. Cada uno de estos instrumentos cumplió con criterios de confiabilidad, objetividad y validez, con el propósito de obtener una prueba que cumpliera con las garantías del proceso.

Los *pretest-posttest* estuvieron apoyados en el modelo Van Hiele, a partir de preguntas previamente seleccionadas dentro del instrumento de tesis de maestría *Proyecto de aplicación en geometría utilizando los estándares y expectativas*

del grado y los niveles Van Hiele (Vargas, 2013). Además de ello, se seleccionaron 38 preguntas y se utilizó la siguiente radiografía para análisis por pregunta: estándar, competencia, componente, tarea/evidencia.

Se utilizó la estrategia de triangulación; así, se obtuvo la misma información de diferentes fuentes. En ese sentido, se cruzaron instrumentos de las pruebas *pretest-posttest*, encuestas y reflexiones didácticas de cada uno de los protocolos de las sesiones de clase. Para el desarrollo de esta propuesta se utilizaron estrategias que conservaron todos los principios éticos; de igual forma, se respetó la confidencialidad de la información para cada uno de los casos trabajados. También, se realizó un análisis cuantitativo del *pretest* y *posttest*, para identificar si se presentaron diferencias estadísticamente significativas entre estos.

En ese orden de ideas, fue necesario preguntar sobre las habilidades de razonamiento geométrico y los criterios que permitieron establecer tales análisis. Se establecieron diferencias estadísticas significativas entre el *pretest* y el *posttest* respecto de las siguientes habilidades de razonamiento geométrico:

- La identificación e implicaciones entre propiedades (ya sea entre rectas, o entre figuras 2D o 3D).
- La caracterización de un objeto (1D, 2D o 3D) a partir de su visualización.

Reflexiones

En cuanto al al diseño e implementación de la unidad didáctica:

El uso de recursos tecnológicos permitió potenciar habilidades de razonamiento geométrico a partir del uso de la realidad aumentada: (i) Por medio de la manipulación

y simulación mediada por TAC, los estudiantes reconocieron al finalizar la secuencia didáctica las figuras geométricas por su forma como un todo, diferenciaron partes y propiedades de figuras, pudieron producir una copia de cada figura particular o reconocerla, las descripciones ya dejaron de ser principalmente visuales y pasaron a compararla con elementos familiares de su entorno y otras figuras similares. En resumen, lograron adquirir lenguaje geométrico básico para referirse a figuras geométricas por su nombre. (ii) Los recursos tecnológicos permitieron obtener desempeños por estudiante en cada una de las preguntas orientadoras formuladas en clase en tiempo real. A partir de ello, los estudiantes de grado sexto del Gimnasio Los Andes, cambiaron del Nivel 0 al Nivel 1 del modelo Van Hiele frente al reconocimiento de los tipos y de las familias a la que pertenecen las figuras geométricas inherentes a los poliedros regulares, así como en cuanto a la identificación de componentes y propiedades de figuras que se relacionen directamente con los poliedros regulares.

Por otro lado, potenciar habilidades de razonamiento geométrico utilizando herramientas TAC como las app *Arloon Geometry*, *Mirage* y *Learning Catalytics* permitió durante en la secuencia didáctica que los estudiantes de grado sexto del Gimnasio Los Andes superaran uno de los obstáculos presentes en la enseñanza de la geometría: es decir, imaginarse desde el papel, un objeto tridimensional a partir de desarrollo plano de un objeto e imaginarse el desarrollo plano de un objeto tridimensional.

Con este tipo de tecnologías el estudiante pudo ver en tiempo real cómo se realiza el proceso, experimentar con las figuras en 360 para observarlas desde cualquier perspectiva (esto alineado con los Derechos Básicos

de Aprendizaje No. 9, 10 y 11 de Matemáticas para grado sexto²), y por último, permitió interactuar con objetos para establecer propiedades de las formas, como también su composición y volumen.

Posterior a la intervención, los estudiantes de grado sexto del Gimnasio Los Andes adquirieron las siguientes habilidades:

- La capacidad para concebir la situación y posición de los objetos en el espacio. Aunque los imaginaron desde varios puntos de referencia, aún se les dificulta realizar inferencias entre propiedades.
- Mediante observaciones dirigidas, acciones sobre objetos reales y manipulación de material apropiado en situaciones de aprendizaje diseñadas al efecto, los alumnos establecieron nociones proyectivas: perspectiva, rectitud, distancia, paralelismo, ángulo, simetría, etc.

En cuanto a la efectividad de la secuencia para potenciar habilidades de razonamiento geométrica:

Se establecieron diferencias estadísticamente significativas entre el *pretest* y el *posttest* respecto a: (i) La identificación e implicaciones de propiedades entre rectas, figuras 2D y 3D. (ii) La caracterización de un objeto unidimensional, bidimensional o tridimensional a partir de su visualización³. El potenciar la visualización y el reconocimiento a partir de la realidad aumentada privilegió significativamente el desarrollo de estas habilidades de razonamiento geométrico. Posterior a la implementación de la unidad didáctica los estudiantes evidenciaron estas habilidades de razonamiento geométrico:

- Ahora los estudiantes perciben objetos geométricos en su totalidad como una unidad, diferencian atributos y propiedades.

- En la fase inicial (*pretest*) el 90% de los estudiantes describían objetos geométricos por su apariencia física mediante descripciones meramente visuales y semejándoles a elementos familiares del entorno (parece una rueda, es como una ventana, etc.); posterior a la intervención, la mayoría de los estudiantes, 85%, se refirieron a los objetos geométricos utilizando lenguaje geométrico básico para denotar características y propiedades.
- Posterior a la intervención la mayoría estudiantes reconocieron de forma explícita componentes y propiedades de los objetos con base en Fouz (2006), es decir, según los elementos explícitos (figuras y objetos) y los elementos implícitos (partes y propiedades de las figuras y objetos).

Las líneas de investigación son bastante amplias; las TAC y TEP se están abriendo paso para nuevas investigaciones para la enseñanza de objetos matemáticos. Como lo menciona (Recuero, 2017), las tecnologías del aprendizaje y el conocimiento (TAC) constituyen un concepto creado por Vivancos (2008) para explicar las nuevas posibilidades que las tecnologías ofrecen a la educación cuando estas dejan de usarse como un elemento meramente instrumental, cuyo objetivo es hacer más eficiente el modelo educativo actual. Su nueva función es la de posibilitar que “el contexto sociotecnológico genere un nuevo modelo de escuela que responda a las necesidades formativas de los ciudadanos” (Castañeda y Adell, 2012).

Por último, como lo menciona Recuero (2017), las tecnologías para el empoderamiento y la participación (TEP) cobran sentido con la Web 2.0, en que los usuarios pueden interactuar y colaborar entre sí como creadores de contenido generado por usuarios en una comunidad virtual, a diferencia de sitios Web estáticos,



donde los usuarios se limitan a la observación pasiva de contenidos que se han creado para ellos, propios de la Web 1.0.

En ese sentido, las nuevas propuestas de aula deben estar en esta vía, principalmente orientadas a las TEP, y los estudiantes deben potenciar y ser constructores de su propio conocimiento.

Otra de las direcciones futuras está presente en la realidad virtual y la realidad aumentada. Este tipo de tecnologías ya explicadas anteriormente generan activación cognitiva por asombro en los estudiantes. Plataformas virtuales de aprendizaje como Learning Catalytics potencian el aprendizaje de manera sincrónica; además, permite a los docentes plantearles a los estudiantes preguntas en línea de todo tipo: selección múltiple, preguntas abiertas, cerradas, gráficas, entre otras. El alumno contesta la pregunta, ya sea de forma individual o en forma grupal, y el profesor obtiene los resultados en tiempo real.

Referencias

- Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la didáctica de la matemática. *Recherches en Didactique de Mathématiques* 7(2), 33-115. Recuperado de <http://www.uruguayeduca.edu.uy/Userfiles/P0001%5CFile%5CFundamentosBrousseau.pdf>
- Corrales Salguero, A. R. (2010). La programación a medio plazo dentro del tercer nivel de concreción: las unidades didácticas. *EmásF* (2): 41-53.
- Castañeda, L., & Adell, J. (2012). Future teachers looking for their PLEs: The personalized learning process behind it all. *Proceedings of the PLE Conference 2012*, 11 al 13 de julio de 2012, Aveiro, Portugal. Recuperado de <http://revistas.ua.pt/index.php/ple/article/view/1440>

- Díaz Barriga, F. (2006). Principios de diseño instruccional de entornos de aprendizaje apoyados en TIC: un marco de referencia sociocultural y situado. *Tecnología y Comunicación Educativa*, 41. Recuperado de <http://investigacion.ilce.edu.mx/tyce/41/art1.pdf>
- Diez Gutiérrez, J. (2012). *Las unidades didácticas*. Universidad de León. Recuperado de <http://educar.unileon.es/Didactic/UD.htm>
- Duque, C. y Quintero, E. (2009). Geometría intuitiva desde el cuarto de baño. *Números* 70, 89-104.
- Fouz, F. y De Donosti, B. (2006). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la geometría. Recuperado de <http://www.xtec.cat/~rnolla/Sangaku/SangWEB/PDF/PG-04-05-fouz.pdf>
- Ministerio de Educación Nacional (1998). *Lineamientos curriculares en matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación.
- Recuero, P. (2017). *RIC, TAC, TEP: aprender en el siglo XXI*. Recuperado de <https://palomarecuero.wordpress.com/>
- Seels, B. (2010). *Modelo ADDIE*. Recuperado de https://www.ecured.cu/Modelo_ADDIE
- Vargas, G. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. *Uniciencia*, 74-94.
- Vivancos, J. (2008). *Tratamiento de la información y competencia digital*. Madrid: Alianza editorial.

Notas

- 1 Magíster en Educación, Universidad de los Andes. Especialista en TIC, Universidad pedagógica Nacional. Licenciado en educación básica con énfasis en matemáticas, Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Estudiante de Ingeniería de Sistemas, universidad de Cundinamarca. jovannygonzalez@gmail.com
- 2 El punto 9 se refiere a construir moldes para cubos, cajas, prismas o pirámides dadas sus dimensiones y justifica cuando cierto molde no resulta en ningún objeto. El 10 a representar cubos, cajas, conos, cilindros, prismas y pirámides en forma dimensional; y el 11 a solucionar problemas que involucran el área de superficie y el volumen de una caja.
- 3 Visualizar es tener la capacidad de producir imágenes que ilustren o representen determinados conceptos, propiedades o situaciones, y también es la capacidad de realizar ciertas lecturas visuales a partir de determinadas representaciones. Por ejemplo, dibujar un octaedro, apreciar que un dibujo plano corresponde a un determinado poliedro, etc., son capacidades que forman parte de la visualización (Alsina, 1997).